I_δ-法における母集団値推定法の改訂*

I_δ-法によるサンプリングを扱った前報において[1]著者は，標本値から散布度指数 I_δ の母集団値を推定するいくつかの方法について述べた。しかし，層別無作為抽出に対する方法の中には[2] いくつかの誤った記述があることがわかった。そこで本論文では，散布度指数の母集団値 I_Δ の推定のために前報で述べた方法より適当と考えられる新しい方法について記述する。

1) $L\times z$ 個の単位の層別無作為抽出

おのおのがZ個の単位よりなる L 個の層のそれぞれから z 個ずつ合計 $L\times z$ 個の単位を抽出する層別無作為抽出において，I_Δ は以下の方法によって推定できる。

層内 I_δ の加重平均標本値は，

$$\overline{I_{\delta(z)}}=\frac{I_{\delta 0}}{I_{\delta Y}},$$

として得られる。ここで $I_{\delta 0}$ と $I_{\delta Y}$ はそれぞれ標本の全 I_δ と層間の I_δ である。層内 I_δ の母集団値は

$$\hat{I}_{\Delta(Z)}=\frac{I_{\delta(z)}-\dfrac{Z-z}{Z-1}\cdot\dfrac{1}{z}\cdot\overline{I_{\delta(z)}}}{1-\dfrac{Z-z}{Z-1}\cdot\dfrac{1}{z}\cdot\overline{I_{\delta(z)}}}.$$

によって推定される。一方

$$\overline{I_{\delta S(L)}}=\frac{1}{L}(I_{\delta 0}-I_{\delta Y})+1,$$

により算出された $\overline{I_{\delta S(L)}}$ を用いて

$$\hat{I}_{\Delta S(L)}=\frac{\overline{I_{\delta S(L)}}-\dfrac{Z-z}{Z-1}\cdot\dfrac{1}{z}\cdot I_{\delta S(L)}}{1-\dfrac{Z-z}{Z-1}\cdot\dfrac{1}{z}\cdot\overline{I_{\delta S(L)}}},$$

が得られる。ここで $\overline{I_{\delta S(L)}}$ は L 個の層のそれぞれから1単位ずつ取り出して

得られる L 単位の部分集団 z 個相互間の I_δ 推定値，$\overline{I_{\delta S(L)}}$ は同上の部分集団 Z 個の間の I_δ 推定値である。そこで $I_{\Delta Y}$ および I_Δ は次の式によって推定される。

$$\hat{I}_{\Delta Y}=L\frac{\hat{\overline{I}}_{\Delta S(L)}-1}{\hat{\overline{I}}_{\Delta(Z)}-1},\quad (\hat{\overline{I}}_{\Delta(Z)}\neq 1)$$

$$\hat{I}_\Delta=\hat{I}_{\Delta Y}\cdot\hat{\overline{I}}_{\Delta(Z)}.$$

$\hat{\overline{I}}_{\Delta(Z)}=1$ の場合には $I_{\Delta Y}$ は $I_{\delta Y}$ によって推定される。

筆者が前報の中で挙げた例（MORISITA，1964，p. 51）〔本書187頁以下〕からの数値計算は次のようになる。

$$L=18,\ Z=21,\ z=5,\ I_{\delta_0}=1.5397,\ I_{\delta Y}=1.1307,$$

$$\overline{I_{\delta(z)}}=\frac{1.5397}{1.1307}=1.3617,$$

$$\hat{\overline{I}}_{\Delta(Z)}=\frac{1.3617-\dfrac{16}{20}\times\dfrac{1}{5}\times 1.3617}{1-\dfrac{16}{20}\times\dfrac{1}{5}\times 1.3617}=1.4624,$$

$$\overline{I_{\delta S(L)}}=\frac{1}{18}(1.5397-1.1307)+1=1.0227,$$

$$\hat{\overline{I}}_{\Delta S(L)}=\frac{1.0227-\dfrac{16}{20}\times\dfrac{1}{5}\times 1.0227}{1-\dfrac{16}{20}\times\dfrac{1}{5}\times 1.0227}=1.0272,$$

$$\hat{I}_{\Delta Y}=\frac{18\times(1.0272-1)}{1.4624-1}=1.0577,$$

$$\hat{I}_\Delta=1.0577\times 1.4624=1.5467.$$

2) $l\times z$ 個の単位の層別無作為抽出

おのおの Z 個の単位よりなる L 個の層から構成される母集団から，l 個の層のそれぞれから z 個の単位を抽出するとこの $l\times z$ 単位の層別無作為抽出の場合には，I_Δ と $I_{\Delta Y}$ は以下のようにして推定できる。まず標本から計算される層間 I_δ の値（$=I_{\delta y}$）から，$L\times z$ 単位の部分集団についての層間 I_δ の推定値

を次式によって求める。

$$\hat{I}_{\delta Y}=\frac{I_{\delta y}-\dfrac{L-l}{L-1}\cdot\dfrac{1}{l}\cdot I_{\delta y}}{1-\dfrac{L-l}{L-1}\cdot\dfrac{1}{l}\cdot I_{\delta y}}.$$

そこで部分集団内の全 I_δ の推定値として，

$$\hat{I}_{\delta(Lz)}=\hat{I}_{\delta Y}\cdot\overline{I_{\delta(z)}},$$

ただし

$$\overline{I_{\delta(z)}}=\frac{I_{\delta 0}}{I_{\delta y}}.$$

が得られる。これより

$$\hat{\hat{I}}_{\delta S(Lz)}=\frac{1}{L}(\hat{I}_{\delta(Lz)}-\hat{I}_{\delta Y})+1,$$

が求められる。ここで $\hat{\hat{I}}_{\delta S(Lz)}$ は L 個の層それぞれから1単位ずつ抽出して得られる L 単位の標本 z 個の間の I_δ 推定値である。そこで

$$\hat{\hat{I}}_{\varDelta S(Lz)}=\frac{\hat{\hat{I}}_{\delta s(Lz)}-\dfrac{Z-z}{Z-1}\cdot\dfrac{1}{z}\cdot\hat{\hat{I}}_{\delta s(Lz)}}{1-\dfrac{Z-z}{Z-1}\cdot\dfrac{1}{z}\hat{\hat{I}}_{\delta s(Lz)}},$$

および

$$I_{\varDelta Y}=L\cdot\frac{\hat{\hat{I}}_{\varDelta S(LZ)}-1}{\hat{\hat{I}}_{\varDelta(Z)}-1},\quad(\hat{\hat{I}}_{\varDelta(Z)}\fallingdotseq 1),$$

が得られる。ただし

$$\hat{\hat{I}}_{\varDelta(Z)}=\frac{\overline{I_{\delta(z)}}-\dfrac{Z-z}{Z-1}\cdot\dfrac{1}{z}\cdot\overline{I_{\delta(z)}}}{1-\dfrac{Z-z}{Z-1}\cdot\dfrac{1}{z}\overline{I_{\delta(z)}}}$$

である。

したがって，$I_\varDelta$ の推定値は $\hat{I}_\varDelta=\hat{I}_{\varDelta Y}\,\hat{\hat{I}}_{\varDelta(Z)}$ として与えられる。$\hat{\hat{I}}_{\varDelta(Z)}=1$ の場合には $I_\varDelta$ は $\hat{I}_{\varDelta Y}$ により推定できる。（MORISITA，1964, p. 52）〔本書188—189頁〕の挙げた例に対する数値計算を示すと次のようになる。

$$L=18,\ l=9,\ Z=21,\ z=5,\ I_{\delta_0}=1.5882,\ I_{\delta y}=\frac{9\times 152}{25\times 51}=1.0729,$$

$$\hat{I}_{\delta Y}=\frac{1.0729-\dfrac{9}{17}\times\dfrac{1}{9}\times 1.0729}{1-\dfrac{9}{17}\times\dfrac{1}{9}\times 1.0729}=1.0778,$$

$$\overline{I_{\delta(z)}}=\frac{1.5882}{1.0729}=1.4803,$$

$$\hat{I}_{\delta(Lz)}=1.0778\times 1.4803=1.5955,$$

$$\hat{\bar{I}}_{\delta S(Lz)}=\frac{1}{18}(1.5955-1.0778)+1=1.0288$$

$$\hat{\bar{I}}_{\Delta S(LZ)}=\frac{1.0288-\dfrac{16}{20}\times\dfrac{1}{5}\times 1.0288}{1-\dfrac{16}{20}\times\dfrac{1}{5}\times 1.0288}=1.0345,$$

$$\hat{\bar{I}}_{\Delta(Z)}=\frac{1.4803-\dfrac{16}{20}\times\dfrac{1}{5}\times 1.4803}{1-\dfrac{16}{20}\times\dfrac{1}{5}\times 1.4803}=1.6293,$$

$$\hat{I}_{\Delta Y}=18\times\frac{1.0345-1}{1.6293-1}=0.9868$$

$$\hat{I}_{\Delta}=0.9868\times 1.6293=1.6078.$$

1) 〔191頁〕 MORISITA, M. (1964) Application of I_δ-index to sampling techniques. *Res. Popul. Ecol.*, 6 : 43—53. 〔本書177—189頁に収録，「I_δ-指数のサンプリングへの応用」〕.

2) 〔191頁〕 MORISITA, M. (1964) pp. 51—52 〔同上187—189頁〕.

* 原論文，A revision of the methods for estimating population values of dispersion the I_δ-method. *Res. Popul. Ecol.*, 7 : 126—128 (1965).