I_δ–指数のサンプリングへの応用*

は じ め に

個体の散布度を測るために，個体群密度に影響されず，しかも個体の空間分布のいかなる型にも 応用できる 有効な指数として，I_δ–指数が提唱されている（MORISITA, 1959, 1962）。しかし，この指数を生態学のいろいろな分野，特に標本抽出技術や個体の散布度に影響を及ぼす要因の解析へ適用するためには，まだ解決されるべき多くの問題が残されている。本論文では，I_δ 法による個体群の解析的研究にとって，最も重要な母集団 I_δ と標本 I_δ との基本的な関係のいくつかについて述べることにする。

記 号 の 説 明

I_δ は一般的な記号として用いられるときには，δ の π に対する比率を意味する。ここで δ は，個体群あるいは個体グループ中の2個体が，その個体群あるいは個体グループを分割しているいくつかの単位あるいは単位グループのどれか1つに，ともに見い出される確率を意味しており，π は個体群あるいは個体グループ中の1個体が，1つの単位あるいは1つの単位グループ中に見出される平均的確率である。個体群全体（母集団）についての δ と I_δ を各々 $\varDelta$ と $I_\varDelta$ で表わし，標本についてのそれらを δ_0 と $I_{\delta 0}$ で表わす。すなわち，母集団に対しては

$$I_\varDelta=\frac{\varDelta}{\dfrac{1}{Q}}=\frac{Q\sum_{i=1}^{Q}x_i(x_i-1)}{T(T-1)}$$

標本に対しては

$$I_{\delta 0}=\frac{\delta_0}{\frac{1}{q}}=\frac{q\sum_{i=1}^{q}x_i(x_i-1)}{n_0(n_0-1)}.$$

ここで，x_i は i 番目の単位内に含まれる個体数，Q と q はそれぞれ母集団と標本中に含まれる単位数，また $T=\sum_{i=1}^{Q}x_i$ および $n_0=\sum_{i=1}^{q}x_i$ である。

上述のものも含め，本論文で用いる記号を次に示す。

	母集団値	標本値
総単位数	Q	q
層あるいは部分集団内の単位数	Z	z
層あるいは部分集団の数	L	l
標本数		v
個体数		
h 番目の層あるいは部分集団における i 番目の単位内の個体数	$x_{hi}(i=1,2,\cdots,Z)$	$x_{hi}(i=1,2,\cdots,z)$
h 番目の層あるいは部分集団内の個体数	$Y_h=\sum_{i=1}^{Z}x_{hi}$	$y_h=\sum_{i=1}^{z}x_{hi}$
合計	T	n_0
散布度（I_δ）		
全散布度（全 I_δ）	I_Δ	$I_{\delta 0}$
層間	$I_{\Delta Y}$	$I_{\delta y}$，$I_{\delta Y}$
h 番目の層あるいは部分集団内	$I_{\Delta(Z)h}$	$I_{\delta(z)h}$
層あるいは部分集団内の加重平均 I_δ	$\overline{I_{\Delta(Z)}}$	$\overline{I_{\delta(z)}}$
標本内の加重平均 I_δ	$\overline{I_{\Delta 0}}$	$\overline{I_{\delta 0}}$
標本間の加重平均 I_δ	$\overline{I_{\Delta S}}$	$\overline{I_{\delta s}}$
層別無作為抽出による標本間の加重平均 I_δ		
L 個の層，層当り 1 個の単位	$\overline{I_{\Delta S(L)}}$	$\overline{I_{\delta s(L)}}$
L 個の層，層当り z 個の単位	$\overline{I_{\Delta S(Lz)}}$	$\overline{I_{\delta s(Lz)}}$
l 個の層，層当り z 個の単位	$\overline{I_{\Delta S(lz)}}$	$\overline{I_{\delta s(lz)}}$

部分集団間 I_δ と部分集団内 I_δ

それぞれに Z 個の単位を含む L 個の層あるいは部分集団からなる有限母集

団を考える。今，h 番目の部分集団の i 番目の単位区画中に見い出される個体数を x_{hi} ($h=1, 2, \cdots, L$, $i=1, 2, \cdots, Z$) とすれば，母集団全体の個体の散布度は次式によって計算される。

$$I_\Delta=\frac{Q\sum_{h=1}^{L}\sum_{i=1}^{Z}x_{hi}(x_{hi}-1)}{T(T-1)}, \tag{1}$$

ここで，$Q=LZ$, $T=\sum_{h=1}^{L}\sum_{i=1}^{Z}x_{hi}$ である。

また

$$I_{\Delta(Z)h}=\frac{Z\sum_{i=1}^{Z}x_{hi}(x_{hi}-1)}{Y_h(Y_h-1)},$$

$$I_{\Delta Y}=\frac{L\sum_{h=1}^{L}Y_h(Y_h-1)}{T(T-1)},$$

$$p_h=\frac{Y_h(Y_h-1)}{\sum_{h=1}^{L}Y_h(Y_h-1)},$$

$$\overline{I_{\Delta(Z)}}=\sum_{h=1}^{L}p_hI_{\Delta(Z)h}$$

と表わせば，次式が得られる。

$$I_\Delta=\overline{I_{\Delta(Z)}}\cdot I_{\Delta Y}. \tag{2}$$

したがって全散布度 I_Δ の値は，部分集団間 I_δ 値と，$Y_h(Y_h-1)$ の重みをつけた部分集団内加重平均 I_δ 値すなわち $\overline{I_{\Delta(Z)}}$ の積で表わされることがわかる。

もしすべての部分集団内においてその中の個体の分布が Poisson 級数に従うなら，$\overline{I_{\Delta(Z)}}$ の値は 1 となるはずであるから，次の関係が期待される。

$$I_\Delta=I_{\Delta Y}.$$

単純無作為抽出

1.　標本間 I_δ

Q 個の単位を含む有限母集団から，大きさ q の標本を単純無作為抽出 (Cochran, 1953) によって取り出すとき，2 個体が同一の標本中に見い出される確率は次式によって得られる。

$$\bar{\Delta}_S=\frac{\frac{Q}{q}E\{n_0(n_0-1)\}}{T(T-1)}$$

ここで，$E\{n_0(n_0-1)\}$ は ${}_QC_q$ 組ある標本全部についての $n_0(n_0-1)$ の平均値である。

したがって，標本間の平均 I_δ は次式によって得られる。

$$\overline{I_{\Delta S}}=\frac{Q}{q}\Delta_S=\frac{\left(\frac{Q}{q}\right)^2E\{n_0(n_0-1)\}}{T(T-1)}$$

$$=\left(\frac{Q}{q}\right)^2\frac{E\{x_1+x_2+\cdots\cdots+x_q\}^2-\frac{q}{Q}T}{T(T-1)}$$

$$=\left(\frac{Q}{q}\right)^2\frac{\frac{q}{Q}\sum_1^Q x_i{}^2-\frac{q}{Q}T+\frac{q(q-1)}{Q(Q-1)}\left\{T^2-\sum_1^Q x_i{}^2\right\}}{T(T-1)}$$

$$=\frac{Q-q}{q-1}\cdot\frac{1}{Q}(I_\Delta-1)+1. \qquad (3)$$

$Q\gg q$ であれば

$$\overline{I_{\Delta S}}\fallingdotseq\frac{1}{Q}(I_\Delta-1)+1. \qquad (4)$$

2.　標本内 I_δ

取り出し得る標本全部についての標本 I_δ の加重平均は次式で与えられる。

$$\overline{I_{\Delta 0}}=\frac{q\sum\sum_{i=1}^{q}x_i(x_i-1)}{\sum n_0(n_0-1)}$$

ここで，$\sum$ は ${}_QC_q$ 個の標本すべてについての総計である。

これより

$$\overline{I_{\Delta 0}}=\frac{q\left(\sum_{i=1}^{Q}x_i{}^2-T\right)}{\frac{q}{Q}T(T-1)\overline{I_{\Delta S}}} \qquad (5)$$

$$=\frac{I_\Delta}{\overline{I_{\Delta S}}}$$

$$=\frac{I_\Delta}{\frac{Q-q}{Q-1}\frac{1}{q}(I_\Delta-1)+1} \tag{6}$$

となるので，次式が得られる。

$$I_\Delta=\frac{\left(q-\frac{Q-q}{Q-1}\right)\overline{I_{\Delta 0}}}{q-\frac{Q-q}{Q-1}\overline{I_{\Delta 0}}}. \tag{7}$$

層別無作為抽出：層当り1個の単位を抽出する場合

総数 Q 個の単位を含む母集団が，それぞれ Z 個の単位を含む L 個の層に分割されているとする。すべての層から1個ずつの単位を抽出して得られる大きさ L の標本では，標本間の平均 I_δ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
\overline{I_{\Delta S(L)}}&=E\left\{Z\frac{\sum^{Z} n_0(n_0-1)}{T(T-1)}\right\}\\
&=E\left\{\frac{Z\sum_{i=1}^{Z}\sum_{h=1}^{L}x_{ih}\left(\sum_{h=1}^{L}x_{ih}-1\right)}{T(T-1)}\right\}\\
&=\frac{Z\left(\sum_{i=1}^{Z}\sum_{h=1}^{L}x_{ih}{}^2-T\right)+\left(T^2-\sum_{h=1}^{L}Y_h{}^2\right)}{T(T-1)}\\
&=\frac{1}{L}(I_\Delta-I_{\Delta Y})+1,
\end{aligned} \tag{8}$$

あるいは

$$\overline{I_{\Delta S(L)}}=\frac{1}{L}(\overline{I_{\Delta(Z)}}-1)I_{\Delta Y}+1. \tag{9}$$

個体の分布がすべての層内で POISSON 級数に従うとき，$\overline{I_{\Delta(Z)}}$ の値は 1 となり，したがって $\overline{I_{\Delta S(L)}}=1$ が期待される。

層別無作為抽出：層当り z 個の単位を抽出する場合

もし各層から取り出した単位数が，前節でのべた 1 の代わりに z であれば，標本間の平均 I_δ は (3) と (8) から次のようになる。

$$\overline{I_{\Delta S(Lz)}}=\frac{Z-z}{Z-1}\frac{1}{z}(\overline{I_{\Delta S(L)}}-1)+1$$

$$=\frac{Z-z}{Z-1}\frac{1}{q}(I_\Delta-I_{\Delta Y})+1. \tag{10}$$

ただし，$q=zL$ である。

層別無作為抽出：l 個の層から層当り z 個の単位を抽出する場合

それぞれ Z 個の単位を含む L 個の層より成る母集団から，l 個の層を無作為抽出し，その各々から z 個の単位を無作為に，もとにもどすことなく抽出するとしよう。今，L 個の層を l 個づつの層からなる集団に分割する場合，この L/l （$=M$とする）個の集団間の平均 I_δ を $\overline{I_{\Delta S(lZ)}}$ とし，また $q=lz$ とすれば

$$\overline{I_{\Delta S(lz)}}=\frac{\left(\frac{Q}{q}\right)^2 E\{n_0(n_0-1)\}}{T(T-1)},$$

$$\overline{I_{\Delta S(lZ)}}=\frac{\left(\frac{L}{l}\right)^2 E\left\{\sum_{h=1}^{l} Y_h\left(\sum_{h=1}^{l} Y_h-1\right)\right\}}{T(T-1)}.$$

上記の各集団をつくる l 個の層の各々から z 個づつの単位を抽出して得られる大きさ lz の標本内個体数を上記の M 個について合せた時の合計値間の平均 I_δ を $I_{\Delta S(M)}$ で表わせば

$$\overline{I_{\Delta S(M)}}=\frac{l}{L}(\overline{I_{\Delta S(lz)}}-\overline{I_{\Delta S(lZ)}})+1.$$

一方

$$\overline{I_{\Delta S(M)}}=\frac{Z-z}{Z-1}\frac{1}{z}(\overline{I_{\Delta S(L)}}-1)+1$$

でもあるから，次式が成り立つ。

$$\frac{l}{L}(\overline{I_{\Delta S(lz)}}-\overline{I_{\Delta S(lZ)}})=\frac{Z-z}{Z-1}\frac{1}{z}(\overline{I_{\Delta S(L)}}-1).$$

ところで,

$$\overline{I_{\Delta S(lZ)}}=\frac{L-l}{L-1}\frac{1}{l}(I_{\Delta Y}-1)+1,$$

$$\overline{I_{\Delta S(L)}}=\frac{1}{L}(I_\Delta-I_{\Delta Y})+1$$

であるから

$$\overline{I_{\Delta S(lz)}}=\frac{L-l}{L-1}\frac{1}{l}(I_{\Delta Y}-1)+\frac{L}{l}\frac{Z-z}{Z-1}\frac{1}{z}\frac{1}{L}(I_\Delta-I_{\Delta Y})+1$$

$$=\frac{L-l}{L-1}\frac{1}{l}(I_{\Delta Y}-1)+\frac{Z-z}{Z-1}\frac{1}{q}(\overline{I_{\Delta(Z)}}-1)I_{\Delta Y}+1 \tag{11}$$

となる。$L\gg l,\ Z\gg z$ のとき

$$\overline{I_{\Delta S(lz)}}\fallingdotseq\frac{1}{l}(I_{\Delta Y}-1)+\frac{1}{q}(\overline{I_{\Delta(Z)}}-1)I_{\Delta Y}+1. \tag{12}$$

$L\gg l,\ Z\gg z$ の場合，もし $I_{\Delta Y}>1$ ならば，一定の大きさの q に対して l を大きくすれば $\overline{I_{\Delta S(lz)}}$ は小さくなることは明らかである。

標本間分散と標本間 I_δ

T が大きい場合，標本中の個体数 n_0 の分散と，$\overline{I_{\Delta S}}$ すなわち標本間 I_δ との関係は次のようになる。

$$\frac{V_{n_0}}{(\bar{n}_0)^2}\fallingdotseq(\overline{I_{\Delta S}}-1)+\frac{1}{\bar{n}_0}. \tag{13}$$

ここで V_{n_0} は n_0 の分散であり，$\bar{n}_0$ は標本当りの平均個体数である。もし I_Δ と $I_{\Delta Y}$ が予備調査や標本値から推定できれば，前節に記載した式は一定の大きさの標本に対して $\overline{I_{\Delta S}}$ 値をなるたけ小さくするための標本抽出法を考えるのに役立ち，それによって，より精度の高い母集団密度の推定が可能になるであろう。次節では，1つあるいはいくつかの標本から I_Δ や $I_{\Delta Y}$ を推定しようとする試みを，実例によって示すことにする。

モンシロチョウの卵の分布への応用

母集団構造

宮下ら(1956)によって調査されたモンシロチョウ(*Pieris rapae* L.)の卵の分布図(伊藤，1963)にもとづいて，上記の式の野外データへの応用例を示す。圃場には21のうねがあり，各うねには18株のキャベツが植えてある。うね間は76cm，株間は46cmである。各株上の卵の頻度分布が表1に示されている。

表1　キャベツ上のモンシロチョウの卵の頻度分布

	母集団全体	25単位の標本（単純無作為抽出）				
1株当り卵数	単位数*	i	ii	iii	iv	合計
0	182**	10	12	7	13	42
1	101	9	3	8	4	24
2	51	3	5	6	4	18
3	25	2	2	3	2	9
4	10	0	0	1	1	2
5	7	1	2	0	1	4
6	2	0	1	0	0	1
7以上	0	0	0	0	0	0
合計	378	25	25	25	25	100

*　1単位はキャベツ1株を含む.　　　**　キャベツの植わってない4個の単位を含む.

総個体数（T）=365

全 I_δ は

$$I_\Delta=\frac{378\times(51\times2+25\times6+10\times12+7\times20+2\times30)}{365\times364}$$

$$=1.6274$$

うね間 I_δ（ここでは $I_{\Delta X}$ とする）は

$$I_{\Delta X}=\frac{21\times\sum^{21}x_i(x_i-1)}{365\times364}$$

$$=1.0331 \qquad x_i=i\text{ 番目のうねの個体数}$$

(3) の関係から

$$\overline{I_{\Delta X}}=\frac{Q-L}{Q-1}\frac{1}{L}(I_\Delta-1)+1=\frac{360}{377}\times\frac{1}{18}\times0.6274+1=1.0333$$

うねと直角方向の株の列間 I_δ は

$$I_{\Delta Y}=\frac{18\times\sum^{18}Y_h(Y_h-1)}{365\times364}$$

$$=1.0936 \qquad Y_h=h\text{ 番目の列の個体数}$$

$$\overline{I_{\Delta Y}}=\frac{Q-Z}{Q-1}\frac{1}{Z}(I_\Delta-1)+1=\frac{357}{377}\times\frac{1}{21}\times0.6273+1=1.0283$$

$\overline{I_{\Delta X}}$ と $\overline{I_{\Delta Y}}$ は各々，x_1，x_2，…，x_Q 個体を含む単位の空間分布が機会的であるときの，うね間 I_δ と列間 I_δ の期待値である。

$\dfrac{I_{\Delta X}}{\overline{I_{\Delta X}}}=1.000$, $\dfrac{I_{\Delta Y}}{\overline{I_{\Delta Y}}}=1.064$ であることから，卵の分布は明らかにうね間でよりも列間の方がより集中的である。

うね内の平均 I_δ と列内の平均 I_δ は次のように計算される。

うね内　$\overline{I_{\Delta(L)}}=\dfrac{I_\Delta}{I_{\Delta X}}=\dfrac{1.6274}{1.0331}=1.5753,$

列内　$\overline{I_{\Delta(Z)}}=\dfrac{I_\Delta}{I_{\Delta Y}}=\dfrac{1.6274}{1.0936}=1.4881.$

これらの数値から，分布全体の集中性は列間の卵密度のちがいによっても若干の影響を受けてはいるが，それよりも主に単位ごとの卵数のちがいによるものであることが示唆される。

もし $\overline{I_{\Delta(L)}}$ と $\overline{I_{\Delta(Z)}}$ いずれかの値が 1 であるとすれば，それは分布全体の集中性が，個々の株による卵密度のちがいからもたらされたものではなく，列間あるいはうね間の卵密度のちがいによって引き起こされていることを意味する。そしてこの場合，$I_\Delta=I_{\Delta X}\cdot I_{\Delta Y}$ が期待される。

この例では，$I_{\Delta X}\cdot I_{\Delta Y}=1.1298$ である。
単位の無作為な組み合せに対する $\overline{I_{\Delta X}}\cdot\overline{I_{\Delta Y}}$ の期待値は，$1.0333\times10.283=1.0625$ であるから，次式の値

$$1-\frac{1.1298-1.0625}{1.6274-1.0625}=0.8809$$

は全体の集中性に対する単位ごとの集中性の比率を示すものといえよう。

I_Δ の推定

i)　単純無作為抽出

$\overline{I_{\Delta 0}}$ の推定値として，$\hat{\overline{I}}_{\delta 0}$（数個の標本による加重平均 $I_{\delta 0}$）を用いることによって，次のように I_Δ の推定値が得られる。

$$\hat{I}_\Delta=\frac{\left(q-\dfrac{Q-q}{Q-1}\right)\hat{\overline{I}}_{\delta 0}}{q-\dfrac{Q-q}{Q-1}\hat{\overline{I}}_{\delta 0}}=\frac{\overline{I}_{\delta 0}-\dfrac{Q-q}{Q-1}\hat{\overline{\delta}}_0}{1-\dfrac{Q-q}{Q-1}\hat{\overline{\delta}}_0}.$$

ここで $\hat{\overline{\delta}}_0$ は $\dfrac{1}{q}\hat{\overline{I}}_{\delta 0}$ である。

表 1 に，単位 25 個ずつを，単純無作為抽出によって 4 回抽出したときのそ

れぞれの頻度分布が掲げてある。各標本に対する $I_{\delta 0}$ 値は，表2に示してある。

表2　4標本に対する $I_{\delta 0}$ 値

標本	サイズ (q)	総個体数 (n_0)	$n_0(n_0-1)$	$\sum x(x-1)$	$I_{\delta 0}=\frac{q\sum x(x-1)}{n_0(n_0-1)}$	$\hat{I}_{\Delta}$
i	25	26	650	38	1.4615	1.4881
ii	25	35	1190	92	1.9328	2.0054
iii	25	33	1056	42	0.9943	0.9941
iv	25	27	702	52	1.8519	1.9152
合計	100	121	3598	224		平均 1.6005

表2から

$$\hat{I}_{\delta 0}=\frac{q\sum\sum x(x-1)}{\sum n_0(n_0-1)}=\frac{25\times 224}{3598}=1.5564,$$

$$\hat{\delta}_0=\frac{1}{q}\hat{I}_{\delta 0}=\frac{224}{3598}=0.06226,$$

$$\frac{Q-q}{Q-1}\hat{\delta}_0=\frac{352}{377}\times 0.06226=0.05813,$$

が得られるから

$$\hat{I}_{\Delta}=\frac{1.5564-0.0581}{1-0.0581}=1.5907.$$

となる。

一方，4つの標本を合せることにより，100個の単位を含む標本を得ることになる。今，合せた標本全体の I_δ を $I'_{\delta 0}$ と表わすこととすれば，合せた標本中の大きさ q の標本すべてに対する $I_{\delta 0}$ の加重平均は次のようになる。

$$\overline{I_{\delta 0}}=\frac{I'_{\delta 0}}{\frac{q'-q}{q'-1}\frac{1}{q}(I'_{\delta 0}-1)+1},$$

ここで q' は合せた標本中に含まれる単位数である。$\overline{I_{\Delta 0}}$ の推定値として $\overline{I_{\delta 0}}$ を用いると次式が得られる。

$$\hat{I}_{\Delta}=\frac{\left(q-\frac{Q-q}{Q-1}\right)\overline{I_{\delta 0}}}{q-\frac{Q-q}{Q-1}\overline{I_{\delta 0}}}=\frac{\left(q'-\frac{Q-q'}{Q-1}\right)I'_{\delta 0}}{q'-\frac{Q-q'}{Q-1}I'_{\delta 0}}.$$

この関係は，$\overline{I_{\varDelta 0}}$ の推定値として標本内の全散布度 $I_{\delta 0}$ を用いてもよいことを示している。上にのべた組み合せた標本の全 $I_{\delta 0}$ 値は 1.5427 であるから

$$\hat{I}_\varDelta=\frac{\left(100-\frac{278}{377}\right)\times 1.5427}{100-\frac{278}{377}\times 1.5427}=1.5489$$

が得られる。なお上記の4つの標本の各々に対する I_{δ_0} から推定された各 $\hat{I}_\varDelta$ 値が表2に掲げてある。

ii)　層別無作為抽出

a)　$L\times z$ 個の区画を抽出する場合

L 個の層のすべてから各層 z 個の単位を抽出するところの $L\times z$ 単位の層別無作為抽出では，$\hat{I}_\varDelta$ は次のように推定される。

$$\hat{I}_\varDelta=\frac{\left(z-\frac{Z-z}{Z-1}\right)I_{\delta_0}}{z-\frac{Z-z}{Z-1}I_{\delta_0}}$$

列を層とみなし，各層から5個の単位を抽出した結果が表3に示してある。

表3　層数18，層当り単位数5の層別無作為抽出の結果

層中の単位	層 1*	2*	3	4	5*	6	7	8	9*	10*	11	12*	13	14*	15*	16	17*	18	合計
i	1	0	1	2	1	0	1	0	4	0	0	0	2	4	0	2	0	0	18
ii	2	1	0	1	5	3	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	17
iii	0	1	0	0	1	0	1	0	1	2	0	1	0	0	0	2	0	0	9
iv	2	2	0	0	1	0	3	0	0	0	2	0	2	3	3	1	2	0	21
V	5	1	0	0	1	3	3	1	0	0	0	0	1	1	2	0	2	2	22
合計	10	5	1	3	9	6	9	1	6	2	3	2	5	8	5	6	4	2	87

表3から

$$I_{\delta_0}=\frac{90\times 128}{87\times 86}=1.5397,$$

$$\hat{I}_\varDelta=\frac{\left(21-\frac{16}{20}\right)\times 1.5397}{21-\frac{16}{20}\times 1.5397}=1.5733$$

を得る。$I_{\varDelta Y}$ は次の手順で推定される。

$$I_{\delta Y}=\frac{L\sum n_h(n_h-1)}{n_0(n_0-1)}=\frac{18\times 470}{87\times 86}=1.1307,$$

および

$$\overline{I_{\delta(z)}}=\frac{I_{\delta 0}}{I_{\delta Y}}=\frac{1.5397}{1.1307}=1.3617$$

から

$$\hat{\overline{I}}_{\varDelta(Z)}=\frac{\left(z-\dfrac{Z-z}{Z-1}\right)\overline{I_{\delta(z)}}}{z-\dfrac{Z-z}{Z-1}\overline{I_{\delta(z)}}}=1.4624$$

が得られる。これから，$I_{\varDelta Y}$ は次のように推定される。

$$\hat{I}_{\varDelta Y}=\frac{\hat{I}_{\varDelta}}{\hat{\overline{I}}_{\varDelta(Z)}}=\frac{1.5733}{1.4624}=1.0758$$

b） 層別無作為抽出，$l\times z$ 個の単位を抽出する場合

層別無作為抽出で，まず $\overline{I}_{\varDelta 0(Lz)}$ の推定値を求めると

$$\hat{\overline{I}}_{\varDelta 0(Lz)}=\frac{\left(l-\dfrac{L-l}{L-1}\right)I_{\delta 0}}{l-\dfrac{L-l}{L-1}I_{\delta 0}}.$$

そこで

$$\hat{I}_{\varDelta}=\frac{\left(z-\dfrac{Z-z}{Z-1}\right)\hat{\overline{I}}_{\varDelta 0(Lz)}}{z-\dfrac{Z-z}{Z-1}\hat{\overline{I}}_{\varDelta 0(Lz)}}$$

となる。表3の標本から9層を無作為抽出した結果も表中に示してあり，抽出した層には * 印を付してある。この $l\times z$ 個の単位の標本に対して次の値が得られる。

$$I_{\delta 0}=1.5882,$$

$$\hat{\overline{I}}_{\varDelta 0(Lz)}=\frac{\left(9-\dfrac{9}{17}\right)\times 1.5882}{9-\dfrac{9}{17}\times 1.5882}=1.6489.$$

そこで

$$\hat{I}_\Delta=\frac{\left(21-\frac{16}{20}\right)\times 1.6489}{21-\frac{16}{20}\times 1.6489}=1.6924$$

となる。

結論と要約

母集団構造の記述や解析のために I_δ-指数を利用するところの I_δ 法の利点は，この方法を用いて得られた値が個体の分布の非機会性の程度を示し，したがってそれらを互いに直接比較できることである。本論文では，標本の I_δ-値と母集団の I_δ-値との関係，また部分集団間 I_δ と部分集団内 I_δ との関係について，基本的ないくつかの式を提示するとともに，これらの式の野外データへの適用例を示した。式や方法は，数学的見地からはなお補足・訂正する余地があると思われるが，少なくとも今後の I_δ 法の発展の基礎として役立つものと考える。

謝辞

この研究に際し助力して下さった小野勇一博士に対し，深く感謝する。

参考文献

COCHRAN, W. G. (1953) Sampling techniques. New York.
伊藤嘉昭 (1963) 『動物生態学入門』第1刷. 古今書院，東京.
MIYASHITA, K., Y. ITŌ and A. GOTOH (1956): Study on the fluctuation of eggs and larval populations of common cabbage butterfly and the factors affecting it. Studies on the mortality rate and behavior of field population of agricultural pest insect (3rd rept.). *Ōyō-Kontyū*, 12 : 50—55.
MORISITA, M. (1959): Measuring of the dispersion of individuals and analysis of the distributional patterns. *Mem. Fac. Sci., Kyushu Univ., Ser. E(Biol.)*, 2 : 215～235〔本書147—167頁に収録.「個体の散布度の測定と分布様式の解析」〕.
MORISITA, M. (1962): I_δ-Index, a measure of dispersion of individuals. *Res. Popul. Ecol.*, 4 : 1～7. 〔本書169—175頁に収録，「個体の散布度の指標としての I_δ-指数」〕.

* 原論文，Application of I_δ-index to sampling techniques. *Res. Popul., Ecol.*, 6 : 43-53 (1964).